



U.M.A

Commission OPAM



25^{ièmes} OLYMPIADES PAN AFRICAINES DE MATHÉMATIQUES

Rabat du 1 au 7 juillet 2017

Jour 2 : Mercredi 5 juillet 2017

Durée : 4 h 30 min

PROBLÈME 4

Déterminer tous les nombres réels x tels que $\frac{1}{[x]} + \frac{1}{[2x]} = \{x\} + \frac{1}{3}$, où $[x]$ désigne la partie entière de x et $\{x\} = x - [x]$.

Par exemple, $[2.5] = 2$, $\{2.5\} = 0.5$ et $[-1.7] = -2$, $\{-1.7\} = 0.3$.

PROBLÈME 5

Les nombres de 1 à 2017 sont écrits sur un tableau. Deka et Farid jouent au jeu suivant : chacun d'entre eux, à son tour, efface un des nombres. Celui qui efface un multiple de 2, 3 ou 5 perd et le jeu se termine. Y a-t-il une stratégie gagnante pour Deka ?

PROBLÈME 6

Soit ABC un triangle et H son orthocentre. Le cercle de diamètre $[AC]$ recoupe le cercle circonscrit au triangle ABH en K . Montrer que le point d'intersection des droites (CK) et (BH) est le milieu du segment $[BH]$.