

22<sup>e</sup> édition des Olympiades Pan Africaines de Mathématiques

Abuja: 20 Août - 29 Août, 2015

Second jour: 25 Août 2015

Durée : 4 h 30

---

4. Pour un entier  $n$  strictement positif on note  $d(n)$  son plus grand diviseur impair. Calculer la somme  $d(1008) + d(1009) + \dots + d(2015)$ .

---

5. Dans un chapeau se trouvent sept cartes, et sur la carte numérotée  $k$  est écrit le nombre  $2^{k-1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, 7$ . Solarin prend au hasard des cartes du chapeau, une carte à la fois, jusqu'à ce que la somme des nombres écrits sur les cartes dans sa main dépasse 124.

Quelle est la somme la plus probable qu'il peut obtenir?

---

6. Soit un quadrilatère  $ABCD$  (à diagonales non perpendiculaires).

- La perpendiculaire issue de  $A$  à la droite  $(BC)$  coupe  $(CD)$  en  $K$ .
- La perpendiculaire issue de  $A$  à la droite  $(CD)$  coupe  $(BC)$  en  $L$ .
- La perpendiculaire issue de  $C$  à la droite  $(AB)$  coupe  $(AD)$  en  $M$ .
- La perpendiculaire issue de  $C$  à la droite  $(AD)$  coupe  $(AB)$  en  $N$ .

1. Montrer que  $(KL)$  est parallèle à  $(MN)$ .

2. Montrer que  $KLMN$  est un parallélogramme si  $ABCD$  est cyclique.