

22<sup>e</sup> édition des Olympiades Pan Africaines de Mathématiques

Abuja: 20 Août - 29 Août, 2015

Premier jour: 24 Août 2015

Durée : 4 h 30

---

1. Montrer que l'inégalité

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+9} + \sqrt{19-3x} < 9$$

est vérifiée pour tous les réels  $x$  pour lesquels le membre gauche est défini.

---

2. Un hexagone convexe  $ABCDEF$  est tel que

$$AB = BC \quad CD = DE \quad EF = FA$$

et

$$\widehat{ABC} = 2\widehat{AEC} \quad \widehat{CDE} = 2\widehat{CAE} \quad \widehat{EFA} = 2\widehat{ACE}.$$

Montrer que  $(AD)$ ,  $(CF)$  et  $(EB)$  sont concourantes.

---

3. Soit  $a_1, a_2, \dots, a_{11}$  des entiers. Montrer qu'il existe des nombres  $b_1, b_2, \dots, b_{11}$ , avec chaque  $b_i$  égal à  $-1, 0$  ou  $1$ , et non tous nuls, tels que le nombre

$$N = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_{11}b_{11}$$

soit divisible par 2015.

---